نظرية البيان لطلاب السنة الرابعة رياضيات

٢٠١٦ / ٢٠١٧

الفصل الأول

السؤال الأول (20 درجة):

ليكن $G(p,q)$ بيان، u و v رأسين من البيان G (ليس بالضرورة متمايزان).

$W = u - v$ مسلك من الرأس u الى الرأس v، اذا كان W متتابعة من الرؤوس والأضلاع بالشكل التالي:

$$u = v_0, e_0, v_1, e_1, v_2, \ldots, v_{k-1}, e_{k-1}, v_k = v$$

حيث $e_i = v_i v_{i+1}$ $(i = 0, 1, \ldots, k-1)$ أي أن كل ضلع يلاصق الرأس السابق وينتهي برأس لاحقه.

مسلكان:

$$u = u_0, e_1, u_1, e_2, u_2, \ldots, e_{n-1}, u_n = v$$

$$u = v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \ldots, e_{m-1}, v_m = v$$

يكونا متساويان إذا وفقط إذا كان $n = m$ و $u_i = v_i$ $(i = 0, 1, \ldots, n)$

مثال: e_1, e_2, e_3, e_4 لا تشكل مسلكاً مع العلم كل ضلعين متجاورين، لكننا إذا كتبنا المتتالية السابقة بتتابع الأضلاع والرؤوس نجد: v_1, e_1, v_0, e_2, v_2 ولا يمكن كتابة الضلع e_3 لأنه لا يقع على الرأس v_2.

$e_1, e_2, e_2, e_3, e_3, e_4$ فإنها تشكل مسلكاً لأن:

$$u = v_1, e_1, v_0, e_2, v_2, e_2, v_0, e_3, v_3, e_3, v_0, e_4, v_4 = v$$

وهو مسلك لأنه متتالية من الرؤوس والأضلاع.

البيان المحدث بالأضلاع:

$F_1 = \{(v_2, v_3), (v_2, v_5), (v_3, v_4)\}$

مجموعة الرؤوس التي تقع على الأضلاع F_1 هو: $W_1 = \{v_2, v_3, v_4, v_5\}$

$H_2(W_1, F_1)$ بيان جزئي محدث بالأضلاع F_1

$W_1 = \{v_2, v_3, v_4, v_5\} \subseteq V(G)$

$F_1 = \{v_2v_3, v_2v_5, v_3v_4\} \subseteq E(G)$

مجموعة الرؤوس W_1 محتواة في V والأضلاع التي تصل بين الرؤوس F محتواة في E. لذلك H_2 بيان محدث بالأضلاع.

(السؤال) الثاني (20 درجة):

... البيان $G(p,q)$ ، u و v رأسين من البيان G.

... في البيان $W = u-v$ من الرأس u إلى الرأس v يسمى رحلة

... الحافة مكررة (من الممكن تكرار الرؤوس).

... $u-v$ مغلقة إذا كان $u=v$ وتكون مفتوحة عندما $u \neq v$.

... $u-v$ إذا كانت مغلقة تسمى دورة

... $u-v$ تسمى طريق عندما لا تحتوي على رؤوس مكررة

... (الحلقة هي مسار مغلق).

... الحلقة C_n وعدد رؤوسها n وعدد الأضلاع n.

... المسافة بين الرأسين u و v:

المسافة $d(u,v)$ بين الرأسين u و v هو أقصر مسار

... إذا كان لا يوجد مسار بين الرأسين عندئذ تكون المسافة

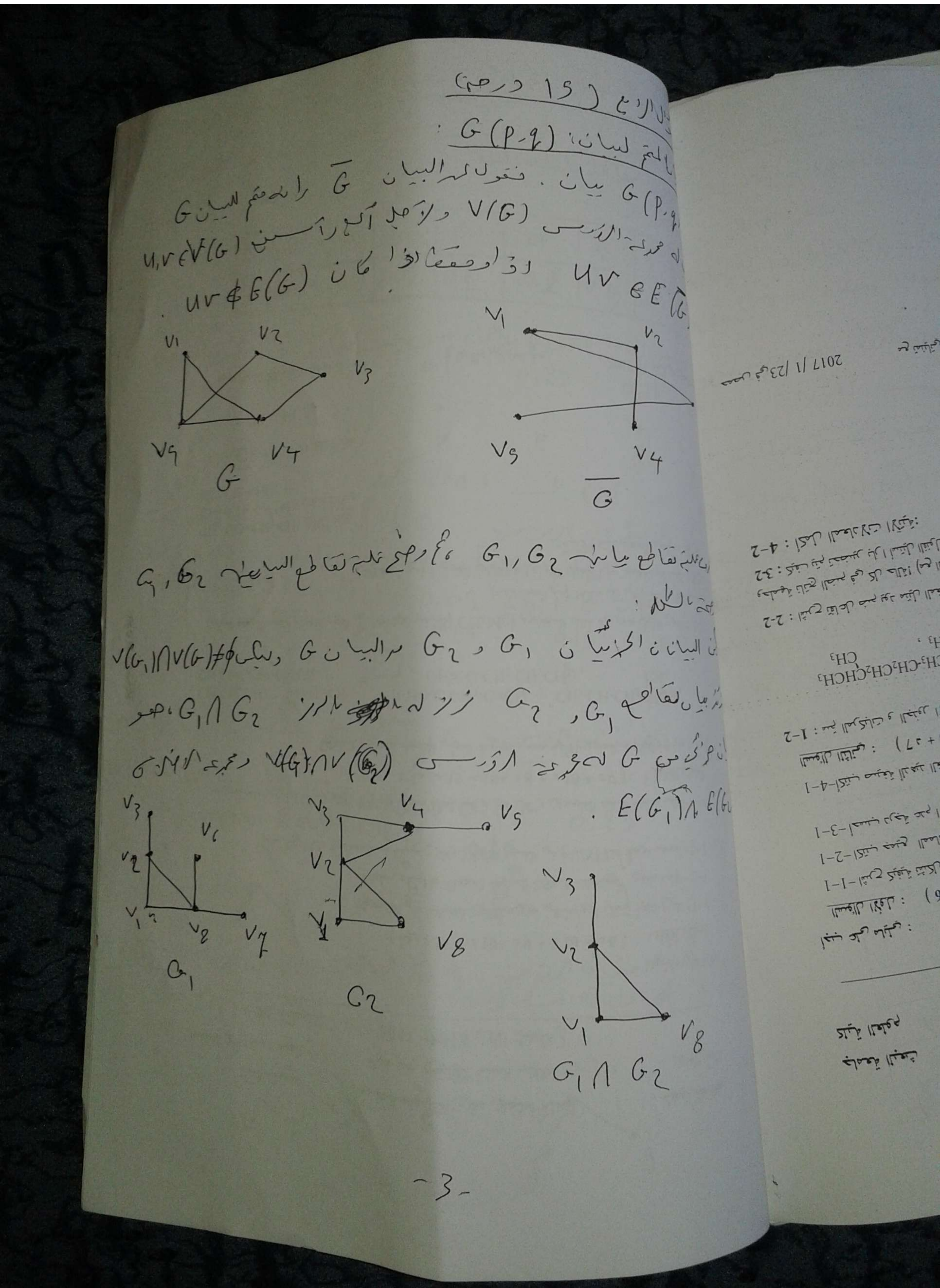
... غير معرفة ونرمز لها بـ $d(u,v)=\infty$ وهذا في البيان غير المترابط.

... السؤال الثالث (15 درجة):

المطلوب ... نصف القطر والقطر والمركز

$\vec{d}(v_i,v_j)$	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	$e(v_i)$
v_1	0	3	2	1	4	5	5	5
v_2	1	0	3	2	1	2	2	3
v_3	2	1	0	3	2	3	3	3
v_4	3	2	1	0	3	4	4	4
v_5	4	3	2	5	0	1	1	5
v_6	0	0	0	0	0	0	0	0
v_7	3	2	1	4	3	1	0	4

$\vec{rad}(D) = 0$ ، $\vec{diam}(D) = 5$ ، $\vec{Z}(D) = \{v_6\}$



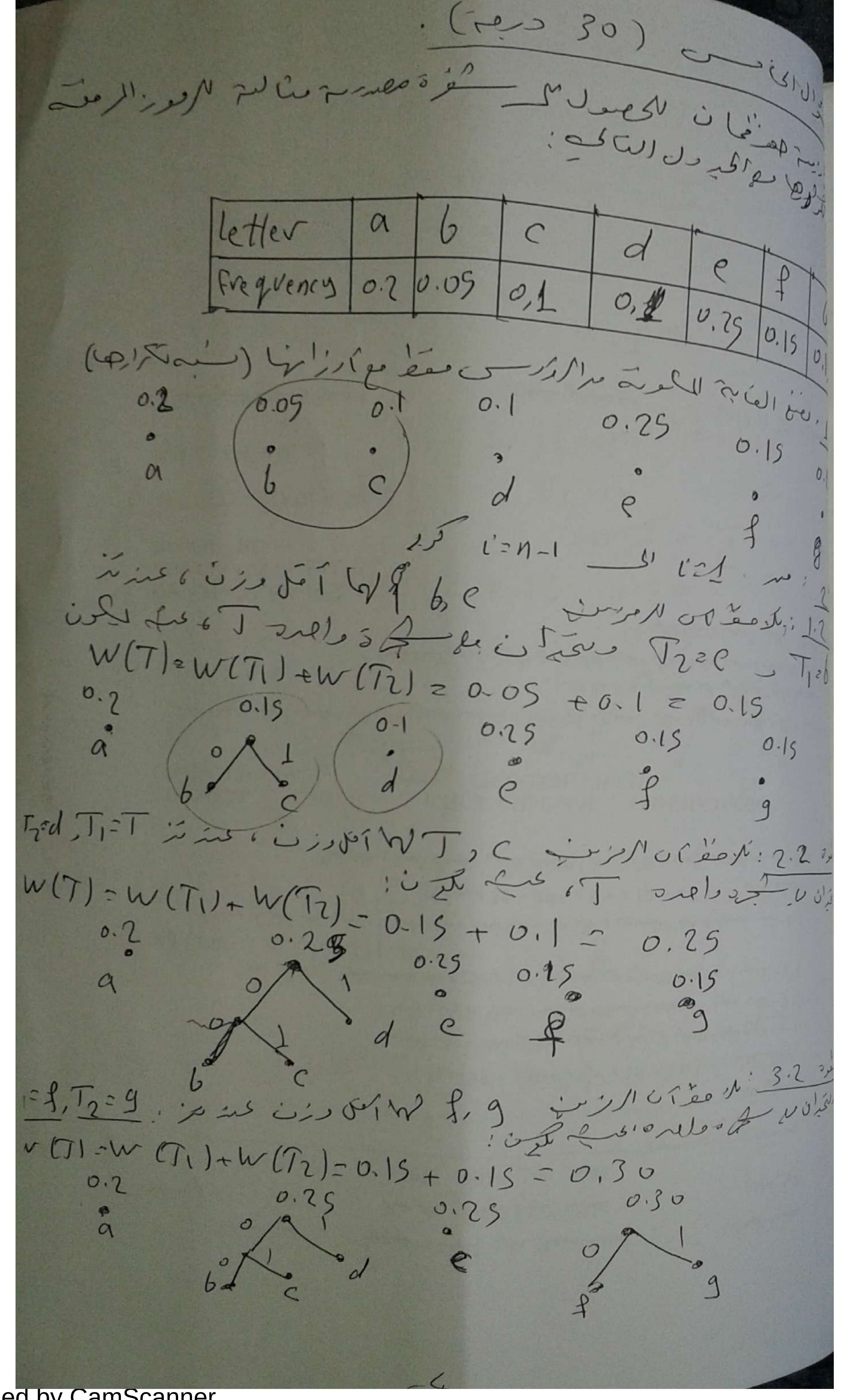
الفصل الرابع (19 درجة)

متمم البيان: $G(p,q)$:

ليكن $G(p,q)$ بيان. فنقول عن البيان $\bar{G}$ انه متمم للبيان G اذا كان له نفس مجموعة الرؤوس $V(G)$ وان كل رأسين $u,v \in V(G)$ فان $uv \in E(\bar{G})$ اذا وفقط اذا كان $uv \notin E(G)$.

عرف تقاطع بيانين G_1, G_2 ، أو وضح عملية تقاطع البيانين G_1, G_2 بالشكل:

ليكن البيانان الجزئيان G_1 و G_2 من البيان G وبحيث $V(G_1)\cap V(G_2)\neq\phi$ فان بيان تقاطع G_1 , G_2 نرمز له بالرمز $G_1\cap G_2$ هو بيان جزئي من G له مجموعة الرؤوس $V(G_1)\cap V(G_2)$ ومجموعة الاضلاع $E(G_1)\cap E(G_2)$.



السؤال الخامس (30 درجة):

باستخدام خوارزمية هوفمان للحصول على شجرة مصدرية مثالية للرموز المعطاة وتكراراتها في الجدول التالي:

letter	a	b	c	d	e	f	g
Frequency	0.2	0.05	0.1	0.1	0.25	0.15	0.1…

1. نضع الغابة المكونة من الأشجار فقط مع أوزانها (نسبة تكرارها)

0.2 a, 0.05 b, 0.1 c, 0.1 d, 0.25 e, 0.15 f, 0.1 g

2. من 1 إلى $i = n-1$ كرر

1.2: نلاحظ أن الرمزين b, c لهما أقل وزن، عندئذ $T_1 = b$ ، $T_2 = c$ ونستبدلهما بشجرة واحدة T حيث تكون

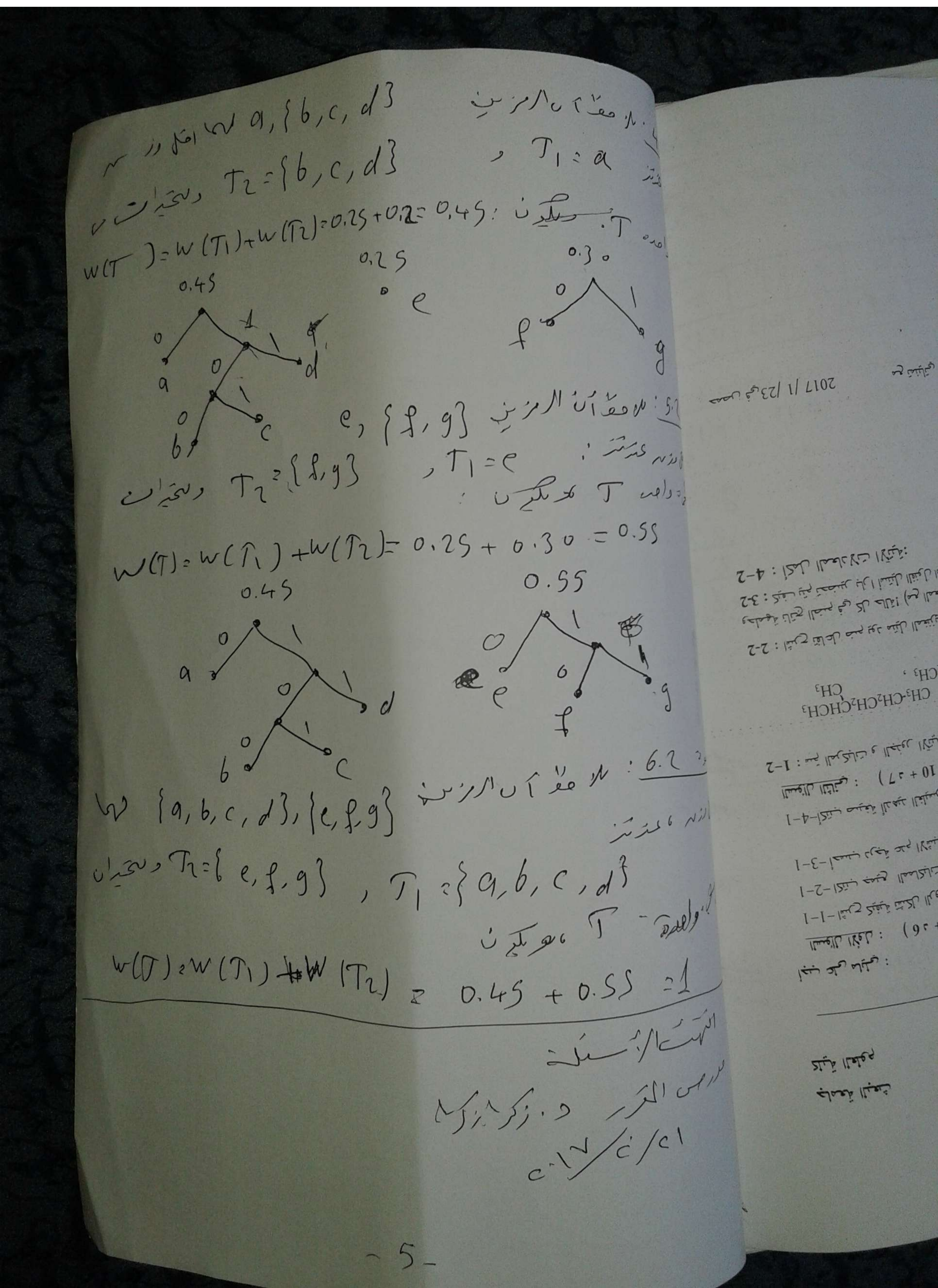
$W(T) = W(T_1) + W(T_2) = 0.05 + 0.1 = 0.15$

2.2: نلاحظ أن الرمزين T, d لهما أقل وزن، عندئذ $T_1 = T$, $T_2 = d$ ونستبدلهما بشجرة واحدة T، حيث تكون:

$W(T) = W(T_1) + W(T_2) = 0.15 + 0.1 = 0.25$

3.2: نلاحظ أن الرمزين f, g لهما أقل وزن عندئذ: $T_1 = f$, $T_2 = g$ ونستبدلهما بشجرة واحدة T حيث تكون:

$W(T) = W(T_1) + W(T_2) = 0.15 + 0.15 = 0.30$



نلاحظ أن الأوزان a, {b, c, d} هما أقل وزن

سنعتبر $T_1 = a$ و $T_2 = \{b, c, d\}$ ونختارها

واحدة T سيكون:

$W(T) = W(T_1) + W(T_2) = 0.25 + 0.2 = 0.45$

نلاحظ أن الأوزان e, {f, g}

سنعتبر $T_1 = e$ ، $T_2 = \{f, g\}$ ونختارها

واحدة T سيكون:

$W(T) = W(T_1) + W(T_2) = 0.25 + 0.30 = 0.55$

6.2 : نلاحظ أن الأوزان {a, b, c, d}, {e, f, g} هما

سنعتبر $T_1 = \{a, b, c, d\}$ ، $T_2 = \{e, f, g\}$ ونختارها

واحدة T سيكون:

$W(T) = W(T_1) + W(T_2) = 0.45 + 0.55 = 1$

انتهت الأسئلة

مدرس المادة د. زكريا ...

٢٠١٧/٢/٢١